

# 数学物理方法

邓卫真(dwz@pku.edu.cn)  
北京大学物理学院(物理楼南421)

2017年2月22日

## Part I 课程简介

### Contents

<b>I 课程简介</b>	<b>1</b>
<b>1 内容简介</b>	<b>1</b>
1.1 复变函数 .....	1
1.2 数理方程 .....	2
<b>2 教学进度计划表</b>	<b>2</b>
<b>3 教材</b>	<b>3</b>
<b>4 成绩</b>	<b>3</b>

## 1 内容简介

### 1.1 复变函数

#### 复变函数

复变函数是自变量为复数的函数. 在复变函数中, 许多基本概念与运算是数学分析中相应概念与运算在复数域中的简单推广, 如:

极限, 连续, 微商, 积分...

复变函数有一些强有力的数学方法. 许多数学问题在复数域中, 会变得很简单. 复变函数不仅对数学自身的发展起过重大的作用, 而且在物理学中也有广泛的应用.

下面的积分用普通微积分做就可能很困难, 或不可能:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$$
$$\int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{1+x} dx = \frac{\pi}{\sin(\alpha\pi)} \quad 0 < \alpha < 1$$
$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a + \sin \theta} = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2 - 1}} \quad a > 1$$

但用复变函数的技巧就能轻松解决.

## 1.2 数理方程

### 数理方程

数学物理方程(简称数理方程)是指从物理问题中导出的函数方程, 包括

1. 偏微分方程
2. 积分方程

本课程仅限于讨论二阶线性偏微分方程, 包括

1. 波动方程
2. 热传导方程
3. 稳定问题

在求解数理方程, 会得到几个常见的常微分方程, 它们的解是所谓特殊函数. 包括

- Legendre 方程和球函数
- Bessel 方程和柱函数

## 2 教学进度计划表

共46学时

章	节		学时	日期
第一部分		复变函数		
1		复数和复变函数	3	2.22
	1.1	预备知识: 复数与复数运算		
	1.3	复变函数		
		复平面拓扑简介		
	1.4	不变函数的极限和连续		2.24
	1.5	无穷远点		
2		解析函数	4	
	2.1	可导与可微		
	2.2	解析函数		
	2.3	初等函数		3.1
	2.4	多值函数		
3		复变积分	5	3.8
	3.1	复变积分		
	3.2	单连通区域的Cauchy 定理		
	3.3	复连通区域的Cauchy 定理		3.10
	3.4	两个有用的引理		
	3.5	Cauchy 积分公式		
	3.6	解析函数的高阶导数		
	3.7	Cauchy 型积分及含参量积分的解析性		3.15
4		无穷级数	5	
	4.1	复数级数		
	4.2	二重级数		3.22
	4.3	函数级数		
	4.4	幂级数		
	4.5	含参量的反常积分的解析性		3.24
5		解析函数的局域性展开	6	3.29
	5.1	解析函数的Taylor 展开		
	5.2	Taylor 展开求法举例		

章	节		学时	日期
	5.3	解析函数的零点的孤立性和解析函数的唯一性		4.5
	5.4	解析函数的Laurent 展开		
	5.5	Laurent 展开求法举例		
	5.6	单值函数的孤立奇点		4.7
	5.7	解析延拓		
6		二阶线性常微分方程的幂级数解法	4	4.12
	6.1	二阶线性常微分方程的常点和奇点		
	6.2	方程常点邻域内的解		
	6.3	方程正则奇点邻域的解		4.19
	6.4	Bessel 方程的解		
*	期中考试		2	4.26
7		留数定理及其应用	6	5.3
	7.1	留数定理		
	7.2	有理三角函数的积分		
	7.3	无穷积分		5.5
	7.4	含三角函数的无穷积分		
	7.5	实轴上有奇点的情形		5.10
	7.6	多值函数的积分		
8		$\Gamma$ 函数	4	5.17
	8.1	$\Gamma$ 函数的定义		
	8.2	$\Gamma$ 函数的基本性质		
	8.3	$\psi$ 函数		5.19
	8.4	B 函数		
9		Laplace 变换	4	5.24
	9.1	Laplace 变换		
	9.2	Laplace 变换的基本性质		
	9.3	Laplace 变换的反演		5.31
	9.4	普遍反演公式		
10		$\delta$ 函数	4	6.2
	10.1	$\delta$ 函数		
	10.3	常微分方程初值问题的Green 函数		6.7
	10.4	常微分方程边值问题的Green 函数		
	10.5	求解常微分方程的Green 函数方法		
*	期末考试		上午	6.14

### 3 教材

教材

教科书

《数学物理方法》(第二版) 吴崇试 著 北京大学出版社 出版

电子教案

<ftp://pts.phy.pku.edu.cn/pub/dwz/>

英文参考书

J.E. Marsden, Basic Complex Analysis, Freeman, San Fransisco, 1973.

### 4 成绩

成绩

- 期中考试 30%
- 期末考试 50%
- 作业 20%