

非平衡电桥测量铂电阻的温度系数

李嘉轩

北京大学物理学院天文学系, 100871

jiaxuan.li@pku.edu.cn

2017年12月22日

1 使用非平衡电桥测量铂电阻的温度系数

1.1 实验情况

本实验使用非平衡直流电桥, 将铂电阻作为待测电阻, 测量铂电阻在不同温度时两个桥臂之间的电阻 U_{out} , 从而反推出铂电阻的温度系数。本实验所用到的器材有:

- NTY-2A型数字温度计;
- ZX96型直流电阻箱, 其接触电阻为 $R_0 = (12 \pm 5) \text{ m}\Omega$, 各量程的允差为:

表 1: ZX96型直流电阻箱允差

档位(Ω)	$\times 10\text{k}\Omega$	$\times 1\text{k}\Omega$	$\times 100\Omega$	$\times 10\Omega$	$\times 1\Omega$	$\times 0.1\Omega$
允差 e	$\pm 0.1\%$	$\pm 0.1\%$	$\pm 0.1\%$	$\pm 0.1\%$	$\pm 0.5\%$	$\pm 2\%$

- VC9806型数字万用表, 其在20mA档的允差为

$$0.5\% \times \text{读数} + 0.004\text{mA},$$

在200mV档的允差为

$$0.05\% \times \text{读数} + 0.03\text{mV};$$

- HLY001型恒流源, 有1mA和10mA两档;
- 实验室提供的电加热杯和冰水混合物。



1.2 使用非平衡电桥测量铂电阻的温度系数

本节实验使用非平衡电桥测量铂电阻的温度系数。根据实验原理，输出电压可以表示为

$$U_{out} = \frac{I_0}{2}(R_T - R_P).$$

式中 R_P 是可调电阻箱的电阻， R_T 是铂电阻的电阻。本实验使用恒流源为电路供电， I_0 是恒流源提供的电流。首先根据实验室白板提供的电路图连接电路，特别注意铂电阻的三线接法。连接好电路后，闭合双刀双掷开关，打开恒流源，调整恒流源输出电流的大小，使得处在20mA档的电流表示数为

$$I_0 = 4.003\text{mA}.$$

在实验时提供的杯子中配置冰水混合物，待冰水混合物稳定后，将温度计探头与铂电阻探头插入冰水混合物，并用搅拌器不停搅拌。搅拌时应该注意手法，正确的手法是将冰块不停地往水中按下。搅拌一阵后，发现温度计示数不再变化，稳定在了

$$T_0 = -0.3^\circ\text{C}.$$

此时，继续搅拌，并调节电阻箱 R_P 的阻值使电压表示数的绝对值最小，得到在 $T_0 = -0.3^\circ\text{C}$ 、 $R_P = R_0 = 100.3\Omega$ 时， $U_{out} = 0.01\text{mV}$ 。这样我们就把 R_P 设置成了铂电阻在冰水混合物中的电阻值。从而输出电压可以写为

$$U_{out} = \frac{I_0}{2}R_0A_1\Delta T, \quad (1)$$

其中 A_1 为铂电阻的温度系数。此后的测量中不再改变电阻箱的阻值。

在电加热杯中接上大约3/5的水，注意水面离杯口要有4cm的距离，防止沸腾时发生危险。在加热之前，水处于室温。在室温下进行一次测量，得到温度 $T = 22.4^\circ\text{C}$ ， $U_{out} = 17.54\text{mV}$ 。然后打开加热杯的加热按钮，在 40°C 、 55°C 、 70°C 、 85°C 、 100°C 附近分别进行测量。测量时要不停搅拌，等温度处于一个平台期时再读数。测量数据见表格2。对表格2中的数据做最小二乘法拟合，得到图1。

表 2: 非平衡电桥测量铂电阻的温度系数

$T(^{\circ}\text{C})$	-0.3	22.4	41.3	55.7	70.3	85.0	99.9
$U_{out}(\text{mV})$	0.01	17.54	32.04	43.08	54.17	65.29	76.60

拟合得到的结果为

$$U(\text{mV}) = 0.764 T(^{\circ}\text{C}) + 0.390,$$

$$r = 0.999991.$$

所以斜率 $k = 0.764\text{mV}/^{\circ}\text{C}$ 。由拟合带来的斜率不确定度为

$$\sigma_{k_{fit}} = k\sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n - 2}} = 0.001 \text{ mV}/^{\circ}\text{C}.$$

但是 k 的不确定度还有电压表允差贡献的一部分。电压表允差的最大值为

$$e = 76.6\text{mV} \times 0.05\% + 0.03\text{mV} = 0.07\text{mV}.$$

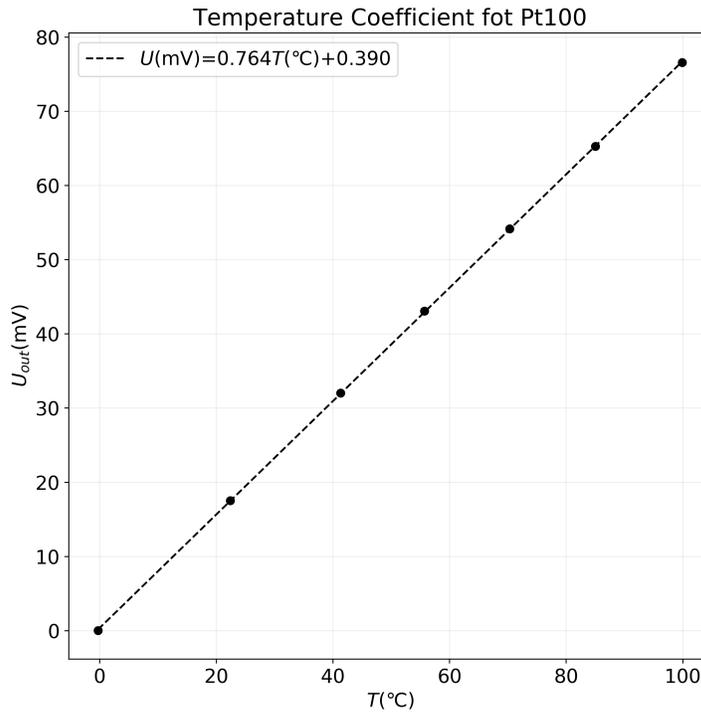


图 1: 最小二乘法拟合

因而

$$\begin{aligned}\sigma_{kU} &= \frac{e/\sqrt{3}}{\sqrt{\sum_{i=1}^7 (T_i - \bar{T})^2}} \\ &= 0.0005 \text{mV}/^\circ\text{C}.\end{aligned}$$

不确定度合成:

$$\sigma_k = \sqrt{\sigma_{k_{fit}}^2 + \sigma_{kU}^2} = 0.001 \text{ mV}/^\circ\text{C}.$$

电流 I_0 的不确定度为

$$\sigma_{I_0} = \frac{1}{\sqrt{3}}(4.003 \times 0.5\% + 0.004) \text{mA} = 0.014 \text{mA}.$$

铂电阻处在冰水混合物中的电阻 R_0 的不确定度为:

$$\sigma_{R_0} = \frac{1}{\sqrt{3}}(100 \times 0.1\% + 0.3 \times 2\%) \Omega = 0.061 \Omega.$$

根据公式1, 温度系数 A_1 表示为

$$A_1 = \frac{2k}{I_0 R_0} = 3.78 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}.$$

$$\begin{aligned}\sigma_{A_1} &= A_1 \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{I_0}}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_0}}{R_0}\right)^2} \\ &= 0.01 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}.\end{aligned}$$



因此，该铂电阻的温度系数为

$$A_1 = (3.78 \pm 0.01) \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}.$$

实验室提供的标准值为

$$A_1 = 3.85 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}.$$

可见，测量值与标准值相比偏小。

1.3 使用直流平衡电桥测量铂电阻温度系数

本节实验使用直流平衡电桥测出铂电阻在不同温度下的阻值，得到 $R - T$ 曲线，从中得到温度系数 A_1 。一个人做本节实验难度较大，因此本节实验是在张晓东老师的配合下完成的。实验时设置 $R_1 = R_2 = 500\Omega$ 。为了消除 R_1 与 R_2 两臂不等电阻的影响，本节实验采用交换两臂的方法进行测量。为了更加方便地交换两臂，在设计电路时使用了一个双刀双掷开关，其他电路同直流平衡电桥的实验电路。电流源输出的电流仍为

$$I_0 = 4.003 \text{ mA}.$$

实验方法同上节实验，这里就不再赘述。在冰水混合物中，温度计示数为

$$T_0 = 0.2 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

双刀双掷开关置于不同位置时，调节电阻箱使电压表示数绝对值最小，给出：

$$R_{01} = 100.9 \text{ } \Omega, U_{out} = 0.06 \text{ mV};$$

$$R_{02} = 100.4 \text{ } \Omega, U_{out} = 0.07 \text{ mV}.$$

在冰水混合物中，温度不会迅速变化，因此我在这个情况下测量了电桥的灵敏度。此时的灵敏度定义不同于使用检流计的情形，而是定义为

$$S = \frac{\Delta U_{out}}{\Delta R_0/R_0},$$

并取 $U_{out} \sim 0.60 \text{ mV}$ 。在冰水混合物中测量灵敏度： $\Delta R_0 = 0.5\Omega$ ， $\Delta U_{out} = 0.78 \text{ mV}$ ，所以

$$S_{T=0^\circ\text{C}} = 156.6 \text{ mV}.$$

实验数据见表格3。利用公式

$$R_T = \sqrt{R_1 R_2}$$

可以算出各个温度下铂电阻的阻值，见表格3第四行。使用最小二乘法拟合 $R_T \sim T$ ，见图2。拟合结果：

$$R(\Omega) = 0.3824 T(^{\circ}\text{C}) + 100.6,$$

$$r = 0.99998.$$

所以斜率 $k = 0.382\Omega/^\circ\text{C}$ ，截距 $R_0 = 100.6 \text{ } \Omega$ 。由拟合带来的斜率不确定度为

$$\sigma_{k_{fit}} = k \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n - 2}} = 0.001 \text{ } \Omega/^\circ\text{C}.$$



表 3: 直流平衡电桥测量铂电阻温度系数

$T(^{\circ}\text{C})$	0.2	22.9	43.0	57.7	70.3	85.3	100.2
$R_1(\Omega)$	100.4	109.6	116.8	122.6	127.1	133.3	139.1
$R_2(\Omega)$	100.9	109.2	117.1	123.0	127.6	133.1	138.8
$R_T(\Omega)$	100.6	109.4	116.9	122.8	127.3	133.2	138.9
$\sigma_{R_T}(\Omega)$	0.05	0.06	0.06	0.06	0.07	0.06	0.08

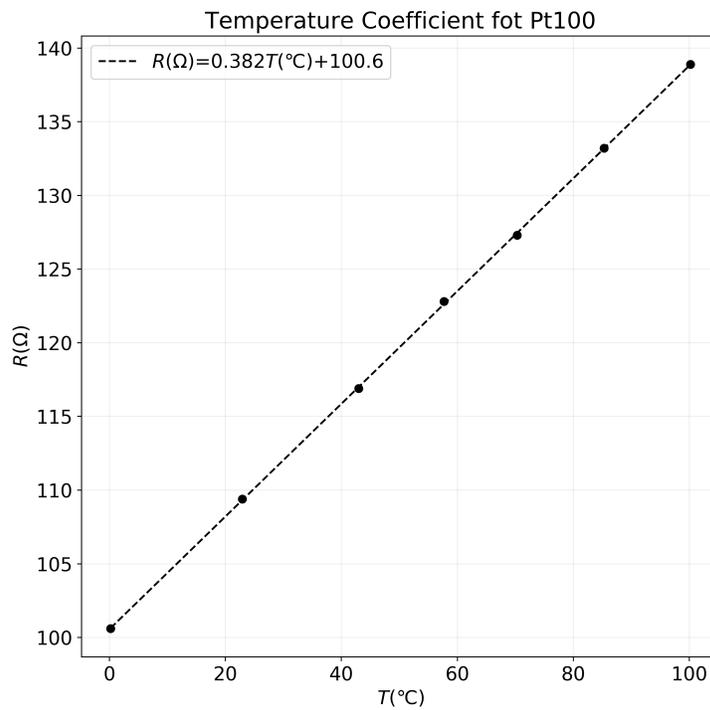


图 2: 直流平衡电桥测量铂电阻温度系数



但是 k 的不确定度还有电阻箱允差贡献的一部分。每一个数据点的 R_T 都有一个不确定度。由电压表最小分度有限(为0.01mV)带来的误差为:

$$\delta R_T = \frac{0.01 R_T}{S}.$$

$$\begin{aligned} \sigma_{R_T} &= \sqrt{(\delta R_T)^2 + \frac{1}{4} \frac{R_{02}}{R_{01}} \sigma_{R_{01}}^2 + \frac{1}{4} \frac{R_{01}}{R_{02}} \sigma_{R_{02}}^2} \\ &= \sqrt{(\delta R_T)^2 + \frac{1}{12} \frac{R_{02}}{R_{01}} e_{R_{01}}^2 + \frac{1}{12} \frac{R_{01}}{R_{02}} e_{R_{02}}^2}. \end{aligned}$$

采用冰水混合物中的灵敏度 $S = 156.6 \text{ mV}$. 按照这个算法, 可以算出每一个数据点 R_T 的不确定度, 见表格3的最后一行。取其中最大的 $\sigma_{R_T} = 0.08 \Omega$ 。因而

$$\begin{aligned} \sigma_{k_R} &= \frac{\sigma_{R_T}}{\sqrt{\sum_{i=1}^7 (T_i - \bar{T})^2}} \\ &= 0.001 \Omega/^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

不确定度合成:

$$\sigma_k = \sqrt{\sigma_{k_{fit}}^2 + \sigma_{k_R}^2} = 0.001 \Omega/^\circ\text{C}.$$

截距的不确定度为

$$\sigma_{R_0} = \sigma_{R_T} \sqrt{\frac{\bar{T}^2}{\sum_{i=1}^7 (T_i - \bar{T})^2}} = 0.06 \Omega.$$

这个值与 $R_0 = 100.6 \Omega$ 时电阻箱允差算出的不确定度一样。

温度系数 A_1 表示为

$$A_1 = \frac{k}{R_0} = 3.80 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}.$$

$$\begin{aligned} \sigma_{A_1} &= A_1 \sqrt{\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_0}}{R_0}\right)^2} \\ &= 0.01 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}. \end{aligned}$$

因此, 该铂电阻的温度系数为

$$A_1 = (3.80 \pm 0.01) \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}.$$

实验室提供的标准值为

$$A_1 = 3.85 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}.$$

可见, 测量值与标准值相比偏小。

在水沸腾时我也测量了电桥的灵敏度:

$$S_{T=100^\circ\text{C}} = \frac{0.60\text{mV}}{0.3/139.1} = 278.2 \text{ mV}.$$



可见，温度升高时，电桥灵敏度上升。这里给出一个解释。

$$S = \frac{S_i \cdot E}{R_1 + R_2 + R_0 + R_x + R_g \left(2 + \frac{R_1}{R_x} + \frac{R_0}{R_2} \right)} \quad (2)$$

根据公式2，带入 $R_1 = R_2 = 9\text{k}\Omega$ ， $R_g = 2\text{M}\Omega$ 为数字万用表电压档的内阻。当温度在0左右时，取 $R_0 = R_x = 100\Omega$ ，可以得到

$$\frac{S}{S_i \cdot E} = \frac{1}{R_1 + R_2 + R_0 + R_x + R_g \left(2 + \frac{R_1}{R_x} + \frac{R_0}{R_2} \right)} = 1.1 \times 10^{-8}.$$

而在水沸腾时，取 $R_0 = R_x = 140\Omega$ ，可以得到

$$\frac{S}{S_i \cdot E} = \frac{1}{R_1 + R_2 + R_0 + R_x + R_g \left(2 + \frac{R_1}{R_x} + \frac{R_0}{R_2} \right)} = 1.5 \times 10^{-8}.$$

从而可以定性地看出，温度升高时电桥灵敏度变大。这个原因是因为 R_1, R_2 很大很大。

2 思考题

1. 实验中有哪些因素会引起输入-输出非线性误差？对测量的影响有多大？本实验采取了什么措施改善非平衡电桥的线性？

答：因为公式1只是个近似的公式，而这个近似依赖于 R_1, R_2 的阻值远大于 R_T, R_P 这一假设。如果这一假设没有被很好地满足，那么输入输出的非线性就会很严重。本实验让 R_1, R_2 远大于了 100Ω ，保证了近似的线性。除此之外，温度范围也是影响线性性质的一个因素。如果没有处在线性温度区域，测量出的结果自然就非线性了。

2. 处理实验数据时，如果发现 $U_{out} - T$ 拟合直线截距不为0，是何种原因？这是否会影响测温精度？

答：首先是因为第一个点($T = 0.2^\circ\text{C}$)，即零点，也参与到了最小二乘法的拟合。零点参与了拟合之后，截距自然就不是0了。其次是因为温度计的测温精度比较低，从而真正 $T = 0^\circ\text{C}$ 对应的并不是温度为0度。这两个原因或许导致了截距不为0。这有可能会影响测温精度的。

3 分析讨论与感想

本实验使用了非平衡电桥进行铂电阻温度系数的测量。然而测量结果比理论值小。其可能的原因是这样。准确的公式为： $U_{out} = I_1 R_T - I_2 R_P = I_1 R_0(1 + AT) - I_2 R_0$ 。可以看出斜率为 $I_1 R_0 A$ 。当温度升高时， R_T 变大，因此 I_1 变小。从而整个 $U_{out} - T$ 曲线的斜率应该是慢慢变小的，其斜率在 $T = 0^\circ\text{C}$ 的值为 $\frac{I_1}{2} R_0 A$ ，这个值应该是真实的斜率。然而我们在拟合时得到的斜率一定比曲线在 $T = 0^\circ\text{C}$ 的值小。这就解释了测量值比真实值小的原因。

之后我也使用了直流平衡电桥测量铂电阻的温度系数，得到的值也偏小。可能的原因是我一个人做实验的时候手忙脚乱地，在实验细节上没有注意好。



感谢张晓东老师清晰生动的讲解，以及在我实验过程中的指导和对结果的检查与讨论，特别要感谢老师帮我搅拌，省去了我一边搅拌一边调节电桥的烦恼。

参考文献

- [1] 吕斯骅, 段家祗, 张朝晖. 新编基础物理实验. 第2版. 北京: 高等教育出版社, 2013.