

# 测量介质中的声速

李嘉轩

北京大学物理学院天文学系, 100871

jiaxuan.li@pku.edu.cn

2017年11月26日

## 1 测量空气中的声速

### 1.1 实验情况

本实验使用超声波在空气中的行波以及在两个换能器中间形成的驻波测量空气中的声速。本实验中使用的仪器有：

- SW-1型声速测量仪；
- TFG6920A型信号发生器；
- TDS1001B-SC型电子示波器；
- DYM-1动槽式水银气压表；
- 实验室提供的干湿球温湿度计。

为了让换能器发射和接受信号达到最佳状态，同时让实验现象更加明显，让测量更加方便，需要调整发射信号的频率达到共振频率。先调整两个换能器的间距到合适位置(约4 cm)使接收端振幅最大，然后在40kHz附近微调频率，使振幅变得更大，同时再微调频率和间距，来回逼近使得振幅最大。最后，得到共振频率为

$$f = 39.135 \text{ kHz.}$$

### 1.2 极值法测量空气中声速

在测量之前，从温度计中读得测量时温度为  $\theta_1 = 17.0 \text{ }^\circ\text{C}$ ，信号发生器发出正弦信号的频率为  $f = 39.135 \text{ kHz}$ ，正弦信号电压峰峰值为  $12 \text{ V}_{\text{PP}}$ 。在测量时，我在振幅极大附近缓慢转动手轮，尽量避免回转，如果实在要回转的时候，我先回转1圈以上，再继续进行测量，从而尽量避免回程差带来的误差。测量得到的数据见表格1，前三行数据是增大换能器间距测得的，后三行数据是减小换能器间距测得的，均从左到右从小到大排列。我使用的这台仪器回程差较小，手几乎感觉不到明显的回程差。在



进行完整测量之前，我还检查了测量范围内的10个极大值是否明显受双峰现象的影响，结果这10个极大值附近均没有明显的双峰现象。本实验要求使用逐差法处理测量得到的数据。进行如下计算得到相

表 1: 极值法测量空气中的声速

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x$ (mm)	30.380	34.850	39.320	43.780	48.190	52.630	57.040	61.450	65.850	70.230
$U_{PP}$ (V)	25.0	21.0	20.6	17.2	16.4	13.6	12.6	10.4	10.4	9.2
$i'$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x'$ (mm)	30.340	34.880	39.300	43.800	48.240	52.630	57.020	61.480	65.850	70.150
$U_{PP}$ (V)	25.4	22.4	21.2	17.6	16.4	13.7	12.8	10.4	10.5	9.3

邻两个波腹间距 $\overline{\Delta x}$ :

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \sum_{i=0}^5 (x_{i+5} - x_i). \quad (1)$$

代入具体数据，记增大换能器间距的那组数据下标为“1”，记减小换能器间距的那组数据下标为“2”:

$$\overline{\Delta x}_1 = 4.427 \text{ mm},$$

$$\overline{\Delta x}_2 = 4.423 \text{ mm}.$$

根据驻波原理，相邻波腹间距即为半波长 $\lambda/2$ ，因此得到两组数据对应的波长分别为 $\lambda_1 = 8.854 \text{ mm}$ ， $\lambda_2 = 8.846 \text{ mm}$ 。根据波速与频率、波长之间的关系 $v = \lambda f$ ，可得:

$$v_1 = 346.5 \text{ m/s},$$

$$v_2 = 346.1 \text{ m/s}.$$

下面分析一下测量的误差。对于换能器距离增加的10个数据，使用逐差法得到的五个数据 $a_i$ 依次为22.250、22.190、22.130、22.070、22.040，把它们都除以2.5，得到我们需要的波长。那么波长平均值的标准差为

$$\sigma_{\overline{\lambda_1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (a_i/2.5 - \bar{a}/2.5)^2}{5 \times (5-1)}} = 0.015 \text{ mm}.$$

按照游标卡尺对待这台测量仪器，其允差为 $e = 0.004 \text{ mm}$ ，将这两者进行合成，得到

$$\sigma_{\lambda_1} = \sqrt{\sigma_{\overline{\lambda_1}}^2 + \frac{e^2}{3}} = 0.015 \text{ mm}.$$

由网上可以查到本实验使用的信号发生器的频率误差为 $\pm 50 \text{ ppm}$ ，一个ppm是百万分之一，结合 $f = 39.135 \text{ kHz}$ 可以得到频率的不确定度为

$$\sigma_f = 39.135 \times 50 \times 10^{-6} \text{ kHz} = 0.002 \text{ kHz}.$$

因此，不确定度合成得到:

$$\sigma_{v_1} = \sqrt{(\lambda_1 \sigma_f)^2 + (f \sigma_{\lambda_1})^2} = 0.6 \text{ m/s}.$$



用同样的方法，分析换能器距离减小的10组数据，使用逐差法得到的五个数据 $b_i$ 依次为22.290、22.140、22.180、22.050、21.910、22.114，把它们都除以2.5，得到我们需要的波长。

$$\sigma_{N2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (b_i/2.5 - \bar{b}/2.5)^2}{5 \times (5 - 1)}} = 0.025 \text{ mm.}$$

$$\sigma_{\lambda 2} = \sqrt{\sigma_{N2}^2 + \frac{e^2}{3}} = 0.025 \text{ mm.}$$

$$\sigma_f = 39.135 \times 50 \times 10^{-6} \text{ kHz} = 0.002 \text{ kHz.}$$

$$\sigma_{v2} = \sqrt{(\lambda_2 \sigma_f)^2 + (f \sigma_{\lambda 2})^2} = 0.9 \text{ m/s.}$$

因此最终测量结果为：

$$v_1 = (346.5 \pm 0.6) \text{ m/s,}$$

$$v_2 = (346.1 \pm 0.9) \text{ m/s.}$$

利用表格1中电压峰峰值的测量结果，可以很方便地绘制出电压峰峰值随着换能器距离增大而变化的曲线，即图1，图中的 $x$ 坐标进行了零点的调整。电压峰峰值随着距离增大而下降，很容易想到可以用 $U_{PP} = Ae^{-bx}$ 这样的函数形式去拟合。拟合结果为：

$$U_{PP1}(V) = 25.7 e^{-0.025x(\text{mm})},$$

$$U_{PP2}(V) = 25.6 e^{-0.026x(\text{mm})}.$$

从而可以猜测，声波的振幅在空气中按照 $Ae^{-bx}$ 的形式衰减。

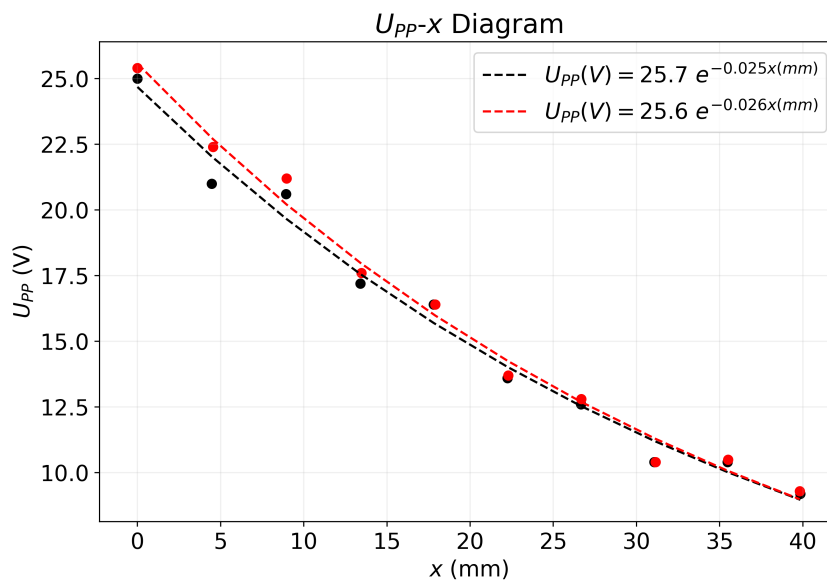


图 1:  $U_{PP}$ 随换能器间距的变化曲线



### 1.3 相位法测量空气中声速

换能器发射端向接收端发出行波，行波的相位 $\phi = \omega t - kx$ 随着距离增大而减小，根据这个原理，配合示波器X-Y模式，可以方便地测量出示波器上出现相同斜率直线时接收端的位置，从而得到声波的波长。测量数据见表格2。此时测量得到室温为 $\theta_2 = 18.4^\circ\text{C}$ ，声波频率仍为 $f = 39.135\text{ kHz}$ 。使用最

表 2: 相位法测量空气中的声速

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x$ (mm)	31.450	40.350	49.300	58.265	67.120	75.905	84.830	93.660	102.460	111.085
$i'$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x'$ (mm)	31.350	40.285	49.230	58.140	67.060	75.815	84.700	93.550	102.360	110.995

小二乘法处理数据。对于换能器间距增加的10组数据，利用公式

$$a_1 = \frac{\sum_{k=0}^9 (i_k - \bar{i})(x_i - \bar{x})}{\sum_{k=0}^9 (i_k - \bar{i})^2}$$

可以计算出

$$a_1 = 8.859,$$

$$a_0 = 31.576,$$

$$r = 0.999991.$$

因此波长 $\lambda_3 = 8.859\text{ mm}$ ，从而利用 $v = \lambda f$ 可得：

$$v_3 = 346.7\text{ m/s}.$$

根据最小二乘法斜率的不确定度的估计方法：

$$\sigma_\lambda = \frac{\sigma}{\sqrt{\sum_{k=0}^9 (i_k - \bar{i})^2}}. \quad (2)$$

我们先对 $x_i$ 的剩余方差 $\sigma$ 进行计算。

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^9 (x_i - a_0 - a_1 i_k)^2}{n - 2}}$$

$$\sigma = 0.12\text{ mm}.$$

然后再用公式2，可得：

$$\sigma_{\lambda_3} = 0.013\text{ mm}.$$



由网上可以查到本实验使用的信号发生器的频率误差为 $\pm 50$  ppm，一个ppm是百万分之一，结合 $f = 39.135$  kHz可以得到频率的不确定度为

$$\sigma_f = 39.135 \times 50 \times 10^{-6} \text{ kHz} = 0.002 \text{ kHz}.$$

因此，不确定度合成得到：

$$\sigma_{v3} = \sqrt{(\lambda_3 \sigma_f)^2 + (f \sigma_{\lambda_3})^2} = 0.5 \text{ m/s}.$$

从而测量结果为

$$v_3 = (346.7 \pm 0.5) \text{ m/s}.$$

对于换能器间距减小的10组数据，利用公式

$$a_1 = \frac{\sum_{k=0}^9 (i_k - \bar{i})(x_i - \bar{x})}{\sum_{k=0}^9 (i_k - \bar{i})^2}$$

可以计算出

$$a_1 = 8.857,$$

$$a_0 = 31.493,$$

$$r = 0.999991.$$

因此波长 $\lambda_4 = 8.857$  mm，从而利用 $v = \lambda f$ 可得：

$$v_4 = 346.6 \text{ m/s}.$$

我们先对 $x_i$ 的剩余方差 $\sigma$ 进行计算。

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^9 (x_i - a_0 - a_1 i_k)^2}{n - 2}}$$

$$\sigma = 0.11 \text{ mm}.$$

然后再用公式2，可得：

$$\sigma_{\lambda_4} = 0.012 \text{ mm}.$$

由网上可以查到本实验使用的信号发生器的频率误差为 $\pm 50$  ppm，一个ppm是百万分之一，结合 $f = 39.135$  kHz可以得到频率的不确定度为

$$\sigma_f = 39.135 \times 50 \times 10^{-6} \text{ kHz} = 0.002 \text{ kHz}.$$

因此，不确定度合成得到：

$$\sigma_{v4} = \sqrt{(\lambda_4 \sigma_f)^2 + (f \sigma_{\lambda_4})^2} = 0.5 \text{ m/s}.$$

从而测量结果为

$$v_4 = (346.6 \pm 0.5) \text{ m/s}.$$



### 1.4 气态参量法测量空气中声速

本方法近似认为空气是理想气体，并假定声波传播时是一绝热过程，从而可以通过测量空气的热力学量计算得到声速。这一模型依赖于两个假设：空气是理想气体、声波传播过程是绝热的。这两个假设是否成立？还得看我们计算出的声速与之前两种方法测量的声速是否在一定误差范围内吻合。本方法使用的公式为

$$v \text{ (m/s)} = 331.45 \sqrt{\left(1 + \frac{\theta}{T_0}\right) \left(1 + \frac{0.3192p_w}{p}\right)}. \quad (3)$$

其中 $p_w$ ,  $p$ ,  $\theta$ 分别为水蒸气的分压、大气压、室温。

使用干湿球温湿度计测量得到室温为 $\theta = 18.7 \text{ }^\circ\text{C}$ ，温度计的最小分度值为 $0.5 \text{ }^\circ\text{C}$ 。因此可以从课本上查表并做线性内插得到此温度下水蒸气的饱和蒸气压为 $p_s = 2156.9 \text{ pa}$ 。使用干湿球温湿度计的湿度功能，并注意操作规范，仔细读数得到湿度为 $H = 36\%$ ，湿度计的最小分度值为 $2\%$ 。使用动槽式水银气压表测量得到大气压 $p = 761.10 \text{ mmHg}$ 。即如表格3所示。因此可以计算得

表 3: 气态参量法测量空气中的声速

	$\theta \text{ (}^\circ\text{C)}$	$p_s \text{ (pa)}$	$H \text{ (%)}$	$p \text{ (mmHg)}$
最小分度	0.5	/	2	0.05
测量数据	18.7	2156.9	36	761.10

$$p_w = p_s H = 776.5 \text{ pa}.$$

将数据代入公式3，可得：

$$v_5 = 343.0 \text{ m/s}.$$

根据不确定度传递公式，可以写出

$$\left(\frac{\sigma_v}{v}\right)^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{\sigma_\theta}{T_0 + \theta}\right)^2 + \frac{1}{4} \frac{(0.3192\sigma_{p_w}/p)^2 + (0.3192p_w\sigma_p/p^2)^2}{\left(1 + \frac{0.3192p_w}{p}\right)^2}$$

取最小分度值为不确定度，则 $\sigma_\theta = 0.5 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\sigma_{p_w} = 0.02 \times 2156.9 \text{ pa}$ ,  $\sigma_p = 0.05 \times 133.3224 \text{ pa}$ 。带入式子可得：

$$\sigma_v = 0.3 \text{ m/s}.$$

所以，测量结果为

$$v_5 = (343.0 \pm 0.3) \text{ m/s}.$$

小结：

$$v_1 = (346.5 \pm 0.6) \text{ m/s}, \quad (4)$$

$$v_2 = (346.1 \pm 0.9) \text{ m/s}, \quad (5)$$

$$v_3 = (346.7 \pm 0.5) \text{ m/s}, \quad (6)$$

$$v_4 = (346.6 \pm 0.5) \text{ m/s}, \quad (7)$$

$$v_5 = (343.0 \pm 0.3) \text{ m/s}. \quad (8)$$



至此，可以看出三种方法测得的声速数值都很相近。这肯定了本次实验操作上的正确性。

## 2 测量水中的声速

### 2.1 极值法测量水中声速

使用同样的原理和实验方法，只不过将介质更换为水，测量水中的声速。测量数据见表格4。信号发生器频率为 $f = 1.700 \text{ MHz}$ ，当时水温为 $\theta_w = 19.0 \text{ }^\circ\text{C}$ 。在空气中可以观察到的双峰现象在水中非常不明显，这或许可以解释为水的黏滞性和密度较大，或许也是因为测量水中声速的该台设备换能器质量较好。使用逐差法进行如下计算得到相邻两个波腹间距 $\overline{\Delta x}$ ：

表 4: 极值法测量水中的声速

$i$	0	1	2	3	4	5
$x$ (mm)	48.050	48.490	48.920	49.360	49.800	50.220
$i'$	0	1	2	3	4	5
$x'$ (mm)	47.720	48.160	48.590	49.030	49.470	49.890

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \sum_{i=0}^3 (x_{i+3} - x_i). \quad (9)$$

代入具体数据，记增大换能器间距的那组数据下标为“1”，记减小换能器间距的那组数据下标为“2”：

$$\overline{\Delta x}_1 = 0.436 \text{ mm},$$

$$\overline{\Delta x}_2 = 0.436 \text{ mm}.$$

根据驻波原理，相邻波腹间距即为半波长 $\lambda/2$ ，因此得到两组数据对应的波长分别为 $\lambda_1 = 0.871 \text{ mm}$ ， $\lambda_2 = 0.871 \text{ mm}$ 。根据波速与频率、波长之间的关系 $v = \lambda f$ ，可得：

$$v_{w1} = 1480.9 \text{ m/s}.$$

这个结果与书上给的在 $20^\circ\text{C}$ 下水中声速标准值 $1480 \text{ m/s}$ 吻合地很好。

### 2.2 相位法测量水中声速

根据同样的原理和方法，在水中使用相位法测量声速。测量数据见表格5。此时测量得到水温为 $\theta_w = 19.0^\circ\text{C}$ ，声波频率仍为 $f = 1.700 \text{ MHz}$ 。使用逐差法进行如下计算得到同相位点的间距 $\overline{\Delta x}$ ：

$$\overline{\Delta x} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \sum_{i=0}^3 (x_{i+3} - x_i). \quad (10)$$

代入具体数据，记增大换能器间距的那组数据下标为“3”，记减小换能器间距的那组数据下标为“4”：

$$\overline{\Delta x}_3 = 0.873 \text{ mm},$$



表 5: 相位法测量水中的声速

$i$	0	1	2	3	4	5
$x$ (mm)	46.400	47.270	48.140	49.015	49.890	50.765
$i'$	0	1	2	3	4	5
$x'$ (mm)	46.065	46.935	47.815	48.680	49.550	50.417

$$\overline{\Delta x_4} = 0.870 \text{ mm.}$$

根据驻波原理, 同相位点间距 $\overline{\Delta x}$ 直接就等于波长 $\lambda$ , 根据波速与频率、波长之间的关系 $v = \lambda f$ , 可得:

$$v_{w3} = 1484.7 \text{ m/s,}$$

$$v_{w4} = 1479.4 \text{ m/s.}$$

取个平均可得

$$v_{wp} = 1482.0 \text{ m/s.}$$

### 2.3 光声光栅法测量水中声速

此方法利用了声波在水中形成驻波的原理, 又结合了光学光栅的原理和实验方法, 令人感到耳目一新。超声波的声压使水的密度产生周期性变化, 在空间中形成疏密分布, 导致折射率有空间周期性的均匀变化, 因此可以看成是一个光栅。设光束直径为 $D$ , 光波波长为 $\lambda$ , 超声波波长为 $\Lambda$ , 声光作用范围为 $l$ , 那么当 $D > \Lambda$ 且 $\lambda < \Lambda^2$ 时, 光将发生Ramann-Nath衍射。可见, 本实验要成功, 就得使超声波的波长在一个合适的范围内。使用实验室提供的WSG-1光栅声速仪, 很容易连续调节超声波波长, 从而达到目标。

现代光学实验常使用相干性极好的激光作为光源, 本实验也不例外, 使用波长为 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 的氦氖激光器。为了测量和计算方便, 我们有必要使整个装置满足夫琅和费远场衍射条件。因此, 调整两个透镜使激光平行出射, 并保证激光通过透镜的光心以减小各种像差, 然后让接收屏离衍射屏尽可能远, 在实验中我使用了实验室的一面墙作为接收屏。调整好光路之后, 将超声波发生器插入水中, 先大致保证超声波传播方向与光传播方向垂直, 然后慢慢调整超声波频率, 使远处的墙上有衍射斑点, 等待超声波频率稳定后进行了细致调节。然后仔细调节水槽的水平方向, 使墙上的衍射花样呈中心对称。

调整好光路之后, 在远处的墙上使用坐标纸描点记录衍射图样。在实验进行的时刻, 水温为 $\theta_w = 19.0 \text{ }^\circ\text{C}$ , 超声波频率为 $f = 11.6 \text{ MHz}$ , 接收屏(墙)到水槽中心的距离为 $z = 623.0 \text{ cm}$ (这里可以做一个检查,  $\frac{z\lambda}{(0.1\text{mm})^2} \sim 400$ , 远场条件得到满足)。从坐标纸上测量得到6个光点的位置和间距 $\Delta x$ 见表格6。光点平均间距为 $\overline{\Delta x} = 3.09 \text{ cm}$ 。由夫琅和费衍射公式:

$$\sin \frac{\overline{\Delta x}}{z} = \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (11)$$





可以计算得到:

$$\Lambda = 0.1276 \text{ mm.}$$

因此有

$$v_w = f\Lambda = 1480.2 \text{ m/s.}$$

这与标准值吻合地很好。

表 6: 光栅法测量水中的声速

$i$	0	1	2	3	4	5
$x$ (cm)	1.85	4.88	8.00	11.09	14.12	17.29
$\Delta x$ (cm)	3.03	3.12	3.09	3.03	3.17	

### 3 思考题

1. 极值法中为什么要在极大值时测量? 相位法中为什么要在李萨如图形呈直线的时候测量?

答: 极值法中, 极大值要比极小值好判断。所以要用极大值进行测量。李萨如图形呈直线的时候非常容易判断, 这样可以减小判断难度, 也提高了判断的精度。

### 4 分析讨论与感想

通过本次实验, 我体验了几种不同的方法分别测量空气中和水中声速, 感受到了声波的纵波性质, 也让我对声波在传播过程中的衰减行为有了初步认识。本实验中我学会了如何克服回程差进行测量。老师告诉我们的面对双峰现象时的处理方法也非常实用。本次实验中最吸引我的地方就是光声光栅法测量水中声速了, 结合光学实验手段进行力学量的测量让人耳目一新, 也让人联想到了许多物理史上的例子。感谢张焱老师在我实验过程中的指导和建议。

### 参考文献

- [1] 吕斯骅, 段家祗, 张朝晖. 新编基础物理实验. 第2版. 北京: 高等教育出版社, 2013.