

复摆实验

李嘉轩

北京大学物理学院天文学系, 100871

jiaxuan.li@pku.edu.cn

2017年11月4日

1 利用复摆测量重力加速度

1.1 实验情况

本实验使用支撑法通过复摆的小角度摆动来测量实验室所在地的重力加速度。本实验使用的仪器有:

- 复摆J-LD23;
- BD100智能频率计、光电门;
- JA21002型电子天平。

进行复摆实验之前, 先使用经过标准砝码校准后的电子天平(最小分度值为0.01g)测量复摆的质量得

$$m = 396.72 \text{ g},$$

刀口质量为

$$m' = 6.66 \text{ g}.$$

因为复摆中心刻度为0, 为了方便起见, 记L端的刻度为正, R端的刻度为负。使用实验室提供的刀口测量复摆的重心位置, 结果为

$$x_c = +0.07 \text{ mm}.$$

在测量复摆周期时, 选择测量20个周期的时长, 因此读取智能频率计记录下的3~43、4~44、5~45、6~46的时间间隔, 并计算20个周期时间间隔的平均值, 记为 $20\bar{T}$ 。在记录时间间隔时, 我保证了奇数组和偶数组(如3~43与4~44)的时间间隔差小于0.0100s。如果某次实验奇数组和偶数组的时间差大于0.0100s, 我会重新释放摆, 再进行一次测量, 直到满足要求为止。实验数据见表格1, 其中 x_O 是转轴的坐标, 仍然遵守L端为正、R端为负的约定。

在以下的数据处理中, 均对质心位置偏移进行了修正。



表 1: 复摆振动周期与悬点位置的测量数据

孔数	$x_O(\text{cm})$	$20\bar{T}(\text{s})$	$T(\text{s})$	孔数	$x_O(\text{cm})$	$20\bar{T}(\text{s})$	$T(\text{s})$
29	28.30	25.0686	1.2534	-2	-1.16	65.6596	3.2830
28	27.29	24.8537	1.2427	-3	-2.15	46.5474	2.3274
27	26.28	24.6781	1.2339	-4	-3.16	39.3863	1.9693
26	25.28	24.4823	1.2241	-5	-4.15	34.7801	1.7390
25	24.28	24.3401	1.2170	-6	-5.15	31.8240	1.5912
24	23.29	24.1872	1.2094	-7	-6.16	29.6561	1.4828
23	22.29	24.0301	1.2015	-8	-7.15	28.1072	1.4054
22	21.29	23.9151	1.1958	-9	-8.15	26.8963	1.3448
21	20.30	23.8176	1.1909	-10	-9.16	26.0140	1.3007
20	19.29	23.7514	1.1876	-11	-10.16	25.3260	1.2663
19	18.29	23.7065	1.1853	-12	-11.16	24.8034	1.2402
18	17.29	23.6902	1.1845	-13	-12.16	24.4160	1.2208
17	16.29	23.7024	1.1851	-14	-13.16	24.1195	1.2060
16	15.30	23.7940	1.1897	-15	-14.16	23.9333	1.1967
15	14.30	23.9340	1.1967	-16	-15.15	23.7979	1.1899
14	13.30	24.1361	1.2068	-17	-16.16	23.7143	1.1857
13	12.29	24.4474	1.2224	-18	-17.16	23.6880	1.1844
12	11.29	24.8175	1.2409	-19	-18.16	23.6907	1.1845
11	10.29	25.3472	1.2674	-20	-19.16	23.7477	1.1874
10	9.29	26.0286	1.3014	-21	-20.16	23.8309	1.1915
9	8.30	26.9442	1.3472	-22	-21.16	23.9374	1.1969
8	7.30	28.1236	1.4062	-23	-22.16	24.0588	1.2029
7	6.30	29.6585	1.4829	-24	-23.15	24.1794	1.2090
6	5.30	31.8269	1.5913	-25	-24.15	24.3351	1.2168
5	4.30	34.8350	1.7418	-26	-25.15	24.5035	1.2252
4	3.30	39.3410	1.9671	-27	-26.16	24.6813	1.2341
3	2.30	47.0647	2.3532	-28	-27.16	24.8736	1.2437
2	1.30	61.9431	3.0972	-29	-28.16	25.0616	1.2531
1	0.30	131.5156	6.5758				



1.2 数据处理

1.2.1 利用最小二乘法处理数据

根据公式

$$T^2 h = \frac{4\pi^2}{g} h^2 + \frac{4\pi^2 I_G}{mg}, \quad (1)$$

再根据测量数据，可以作出 $T^2 h \sim h^2$ 的图线(见图1)，用最小二乘法拟合得到重力加速度和复摆的转动惯量。

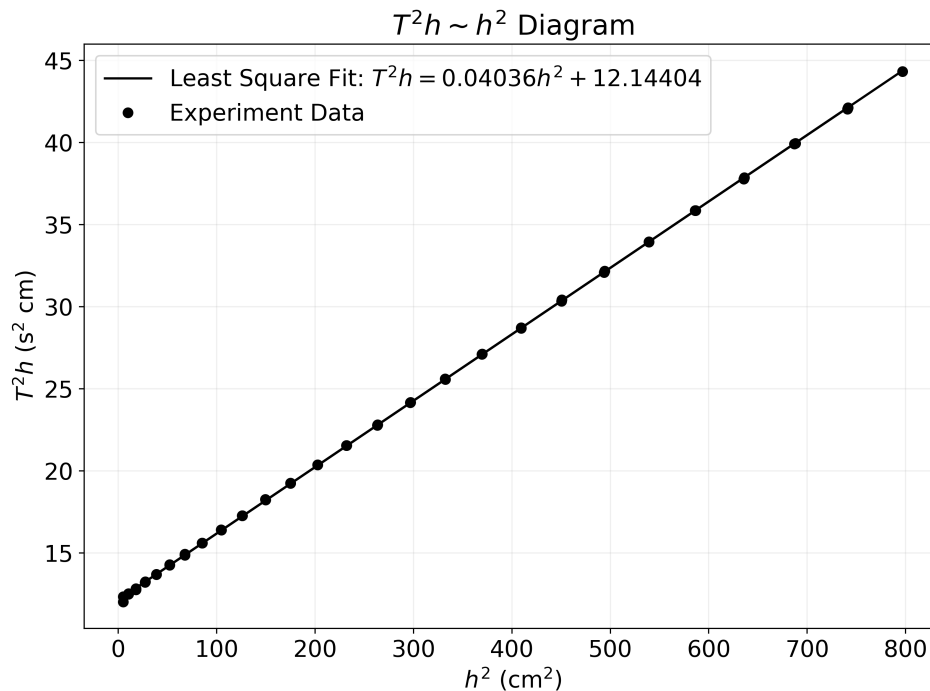


图 1: 最小二乘法

最小二乘法的结果为

$$\frac{4\pi^2}{g} = 0.04036 \text{ s}^2 \text{ cm}^{-1}.$$

$$\frac{4\pi^2 I_G}{mg} = 12.14404 \text{ s}^2 \text{ cm}.$$

由此可以算出

$$g = 9.763 \text{ m s}^{-2}.$$

$$I_G = 119.14 \text{ kg cm}^2.$$

根据公式

$$R_G = \sqrt{\frac{I_G}{m}}$$

可得:

$$R_G = 17.33 \text{ cm}.$$



1.2.2 利用近似共轭点计算重力加速度

在选取近似共轭点时，应该避免选取 T 处于最小值附近的点。因此综合考虑，我选取的三对共轭点为：根据公式

表 2: 近似共轭点的选取

编号	h_1 (cm)	T_1 (s)	h_2 (cm)	T_2 (s)
1	22.22	1.2015	-13.23	1.2060
2	12.22	1.2224	-25.22	1.2252
3	21.22	1.1958	-14.23	1.1967

$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{T_1^2 + T_2^2}{2(h_1 + |h_2|)} + \frac{T_1^2 - T_2^2}{2(h_1 - |h_2|)}, \quad (2)$$

对于近似共轭点， $T_1^2 - T_2^2 \ll 1$ ，故忽略掉第二项，则有

$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{T_1^2 + T_2^2}{2(h_1 + |h_2|)}$$

带入三个共轭点，分别算得的重力加速度为

$$g_1 = 9.658 \text{ m s}^{-2},$$

$$g_2 = 9.869 \text{ m s}^{-2},$$

$$g_3 = 9.780 \text{ m s}^{-2}.$$

计算平均值，可得：

$$g = 9.769 \text{ m s}^{-2}.$$

1.2.3 利用作图法处理数据

表 3: 作图法选取共轭点

编号	h_1 (cm)	T_1 (s)	h_2 (cm)	T_2 (s)
1	-13.73	1.2000	21.78	1.2000
2	-11.93	1.2250	25.09	1.2250
3	-11.17	1.2400	26.73	1.2400

根据实验数据可以作出 $T \sim h$ 的图线，如图2所示。在图2中分别取 $T = 1.2000$ ， $T = 1.2250$ ， $T = 1.2400$ 的三条横线，这些横线与 $T \sim h$ 图线相交得到了三组共轭点，从图中可以读出三组共轭点的数据，见表格3。带入三个共轭点，分别算得的重力加速度为

$$g_1 = 9.735 \text{ m s}^{-2},$$

$$g_2 = 9.739 \text{ m s}^{-2},$$

$$g_3 = 9.731 \text{ m s}^{-2}.$$

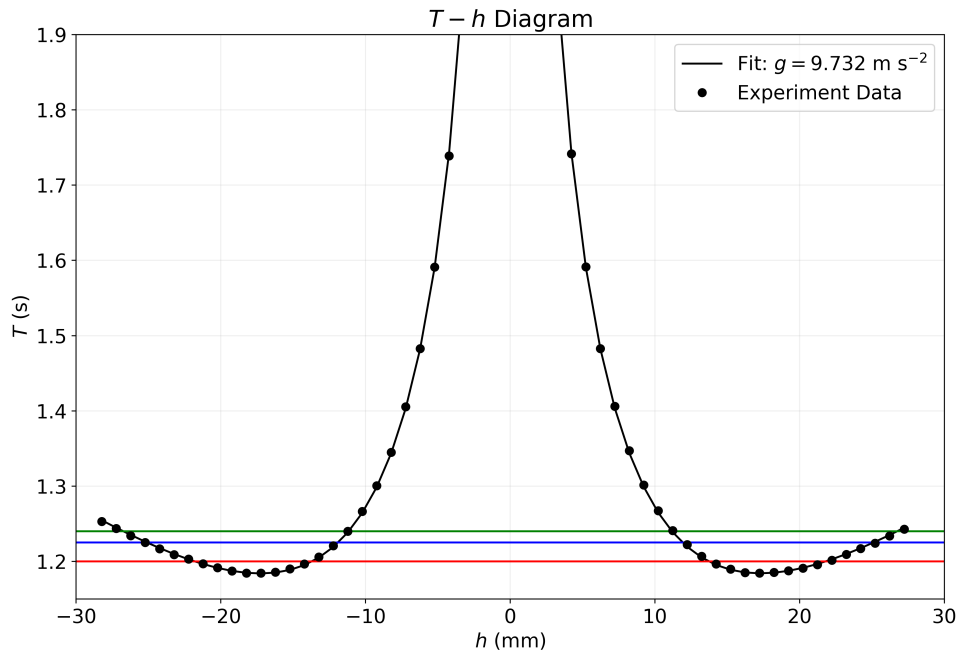


图 2: $T \sim h$ 图线

取算数平均值, 可得:

$$g = 9.735 \text{ m s}^{-2}.$$

同时, 根据式子

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R_G^2 + h^2}{gh}} \quad (3)$$

可以用最小二乘法直接拟合出 R_G 和 g 的值。根据测量的所有数据, 进行最小二乘法拟合, 得到:

$$g = 9.732 \text{ m s}^{-2},$$

$$R_G = 17.28 \text{ cm}.$$

2 分析讨论与感想

- 本次实验教会了我使用光电门测量时间。
- 通过支撑法测量复摆的周期, 我进一步体会到了复摆的共轭性。从左端的小孔测到右端的小孔, 可以明显感觉到周期先变短再变长, 在中心位置处周期非常大(由于重心位置有偏离, 所以在刀口中间那个孔时, 复摆振动周期不为无穷大), 中心位置的另一端周期先变小, 后变大。存在一对共轭点, 它们分布在质心异侧, 振动周期相等。
- 在实验过程中可以感觉到, 释放摆时摆是否做平面运动会显著影响测量结果, 如释放摆时操作不好, 复摆做圆锥摆运动, 则测量到的奇数组与偶数组的时间差就会很大。只有比较好地满足平面摆条件时, 才会使得奇数组与偶数组的时间差小于0.0100s。同时, 摆幅不能过大, 否则引入系统误差, 但摆幅也不能过小, 否则挡光计数会出问题。



- 通过查阅资料知北京地区的重力加速度约为 $g = 9.802 \text{ m s}^{-2}$ 。本次实验测得的重力加速度值偏小，可能原因是支架与地面没有很好地满足竖直条件，导致测量得到的只是重力加速度的一个分量。本实验使用铅锤线作为标定竖直的工具，使用起来难度较大，结果是我没有很好地将装置调竖直，对测量结果产生了影响。

参考文献

- [1] 吕斯骅, 段家祗, 张朝晖. 新编基础物理实验. 第2版. 北京: 高等教育出版社, 2013.